

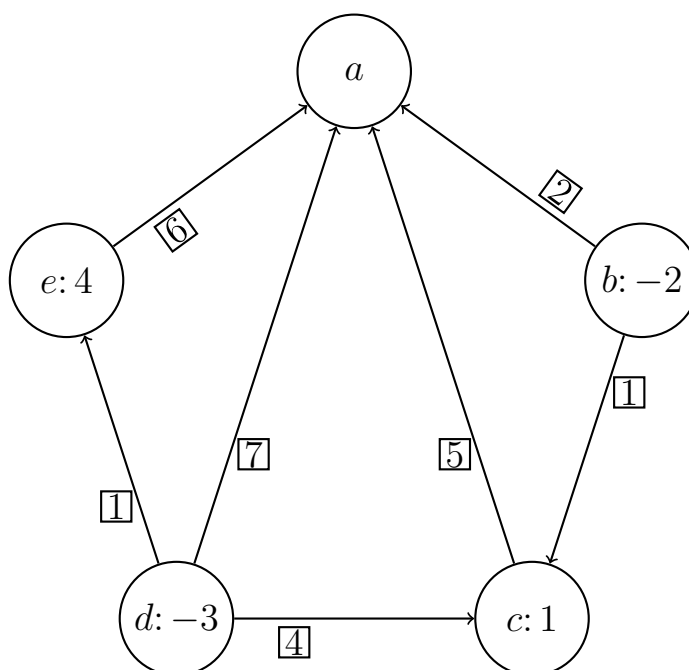
Optimizacijske metode – vaje

Problem razvoza

3.4.2020

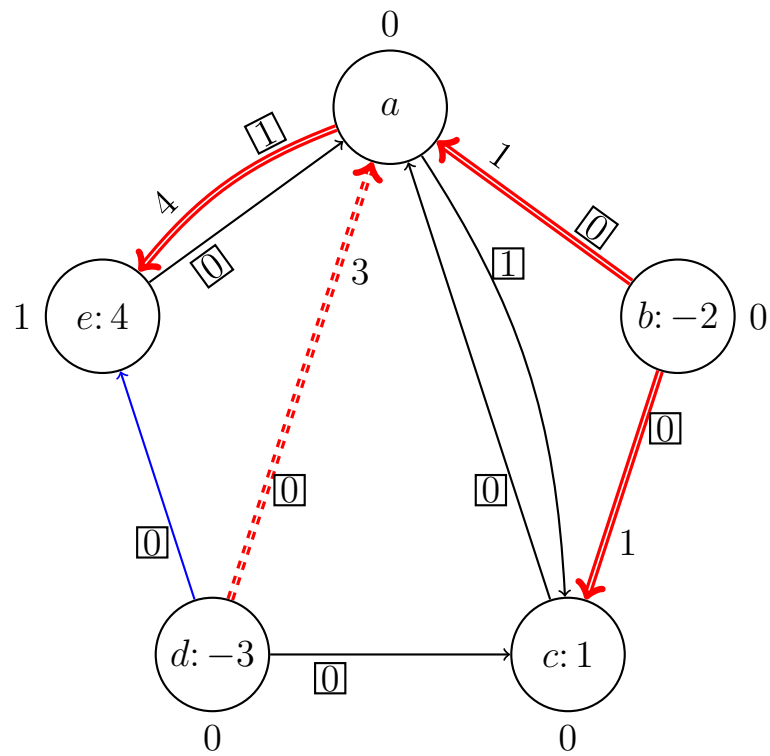
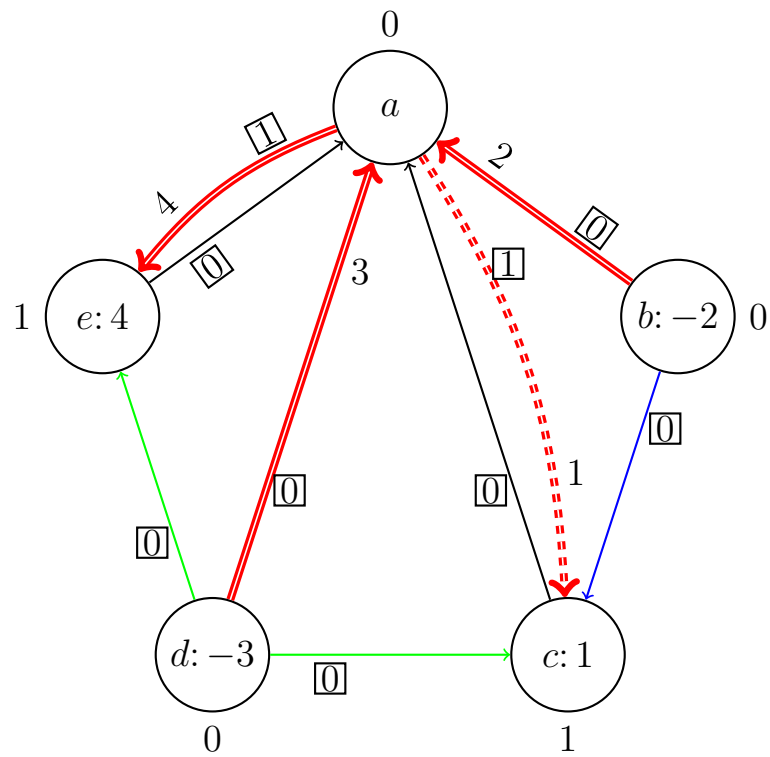
Naloga 1

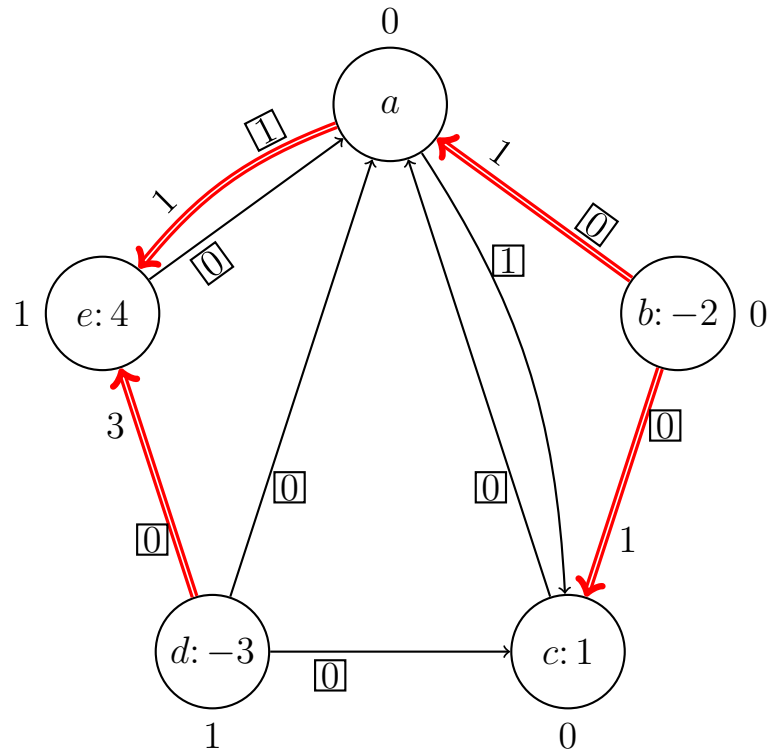
Pokaži, da problem razvoza nima dopustne rešitve.



Rešitev

Poskusimo poiskati začetno dopustno rešitev.

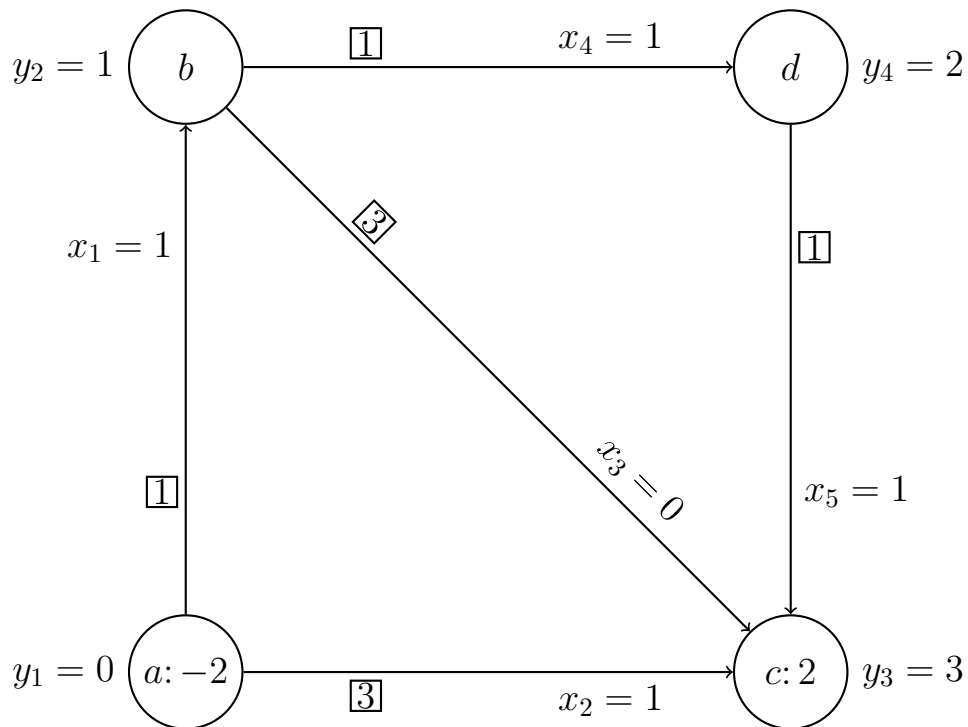




Peljemo 1 po novi povezavi $a \rightarrow e$, torej je originalni problem nedopusten.

Naloga 2

S pomočjo dualnosti dokaži optimalnost podanega razvoza.



Linearni program:

$$\begin{aligned}
 & \min x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 \\
 & -x_1 - x_2 = -2 \\
 & x_1 - x_3 - x_4 = 0 \\
 & x_2 + x_3 + x_5 = 2 \\
 & x_4 - x_5 = 0 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
 \end{aligned}$$

Dualni program:

$$\begin{aligned}
 & \max -2y_1 + 2y_3 \\
 & -y_1 + y_2 \leq 1 \\
 & -y_1 + y_3 \leq 3 \\
 & -y_2 + y_3 \leq 3 \\
 & -y_2 + y_4 \leq 1 \\
 & y_3 - y_4 \leq 1
 \end{aligned}$$

Preverimo dopustnost:

$$\begin{aligned} -1 - 1 &= -2 \\ 1 - 0 - 1 &= 0 \\ 1 + 0 + 1 &= 2 \\ 1 - 1 &= 0 \\ 1, 1, 0, 1, 1 &\geq 0 \end{aligned}$$

Postavimo sistem enakosti za neničelne x_i :

$$\begin{aligned} -y_1 + y_2 &= 1 \\ -y_1 + y_3 &= 3 \\ -y_2 + y_4 &= 1 \\ y_3 - y_4 &= 1 \end{aligned}$$

Rešujemo sistem:

$$\begin{aligned} -y_1 + y_2 &= 1 \\ -y_1 + y_2 &= 1 \\ -y_2 + y_3 &= 2 \\ y_3 - y_4 &= 1 \end{aligned}$$

Splošna rešitev:

$$\begin{aligned} y_3 &= y_4 + 1 \\ y_2 &= y_3 - 2 = y_4 - 1 \\ y_1 &= y_2 - 1 = y_4 - 2 \end{aligned}$$

Preverimo dopustnost:

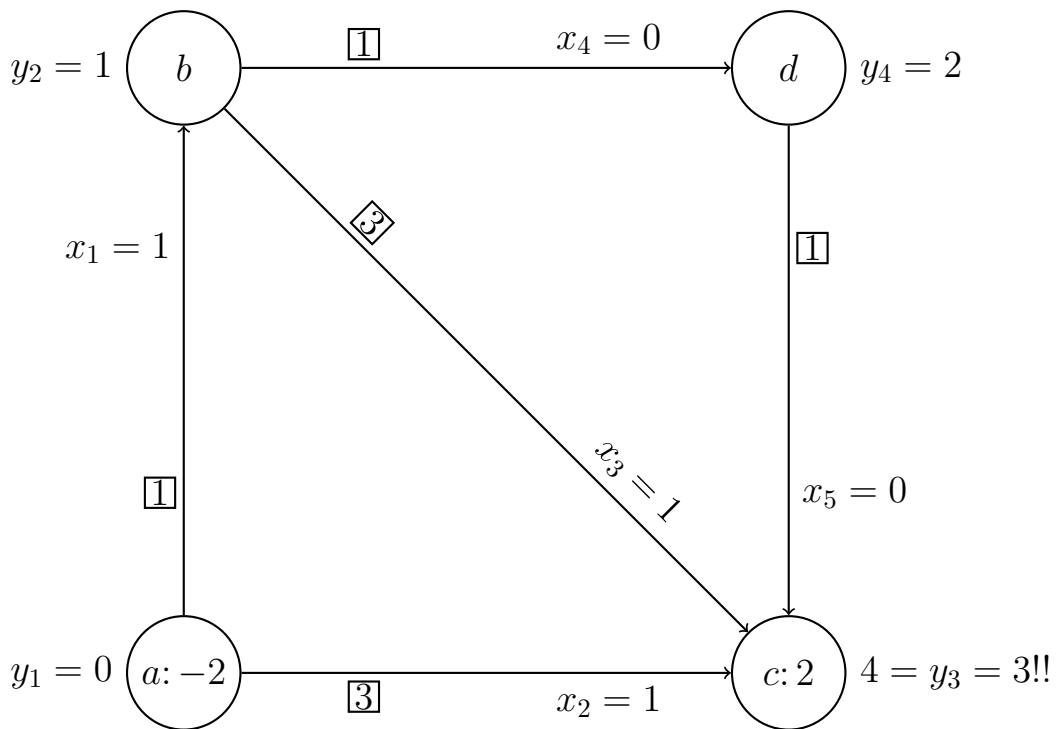
$$3 \geq -y_2 + y_3 = 1 - y_4 + y_4 + 1 = 2$$

Imamo dopustno rešitev duala (za poljuben y_4), torej je dana rešitev originalnega LP optimalna.

Preverimo vrednosti ciljnih funkcij:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 &= 6 \\ -2y_1 + 2y_3 &= -2y_4 + 4 + 2y_4 + 2 = 6 \end{aligned}$$

Neoptimalna rešitev:



Preverimo dopustnost:

$$\begin{aligned} -1 - 1 &= -2 \\ 1 - 1 - 0 &= 0 \\ 1 + 1 + 0 &= 2 \\ 0 - 0 &= 0 \\ 1, 1, 1, 0, 0 &\geq 0 \end{aligned}$$

Postavimo sistem enakosti za neničelne x_i :

$$\begin{aligned} -y_1 + y_2 &= 1 \\ -y_1 + y_3 &= 3 \\ -y_2 + y_3 &= 3 \end{aligned}$$

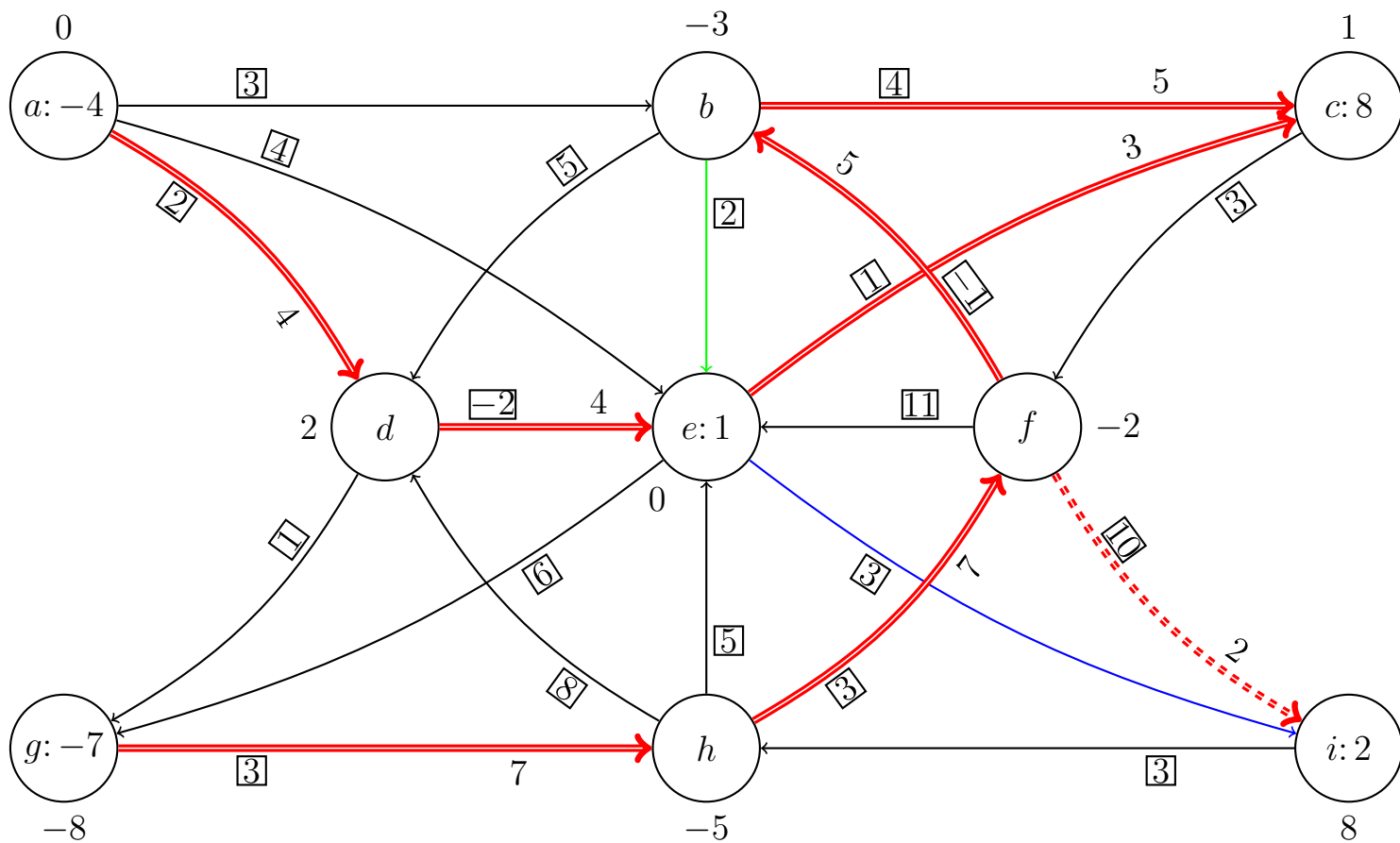
Rešujemo sistem:

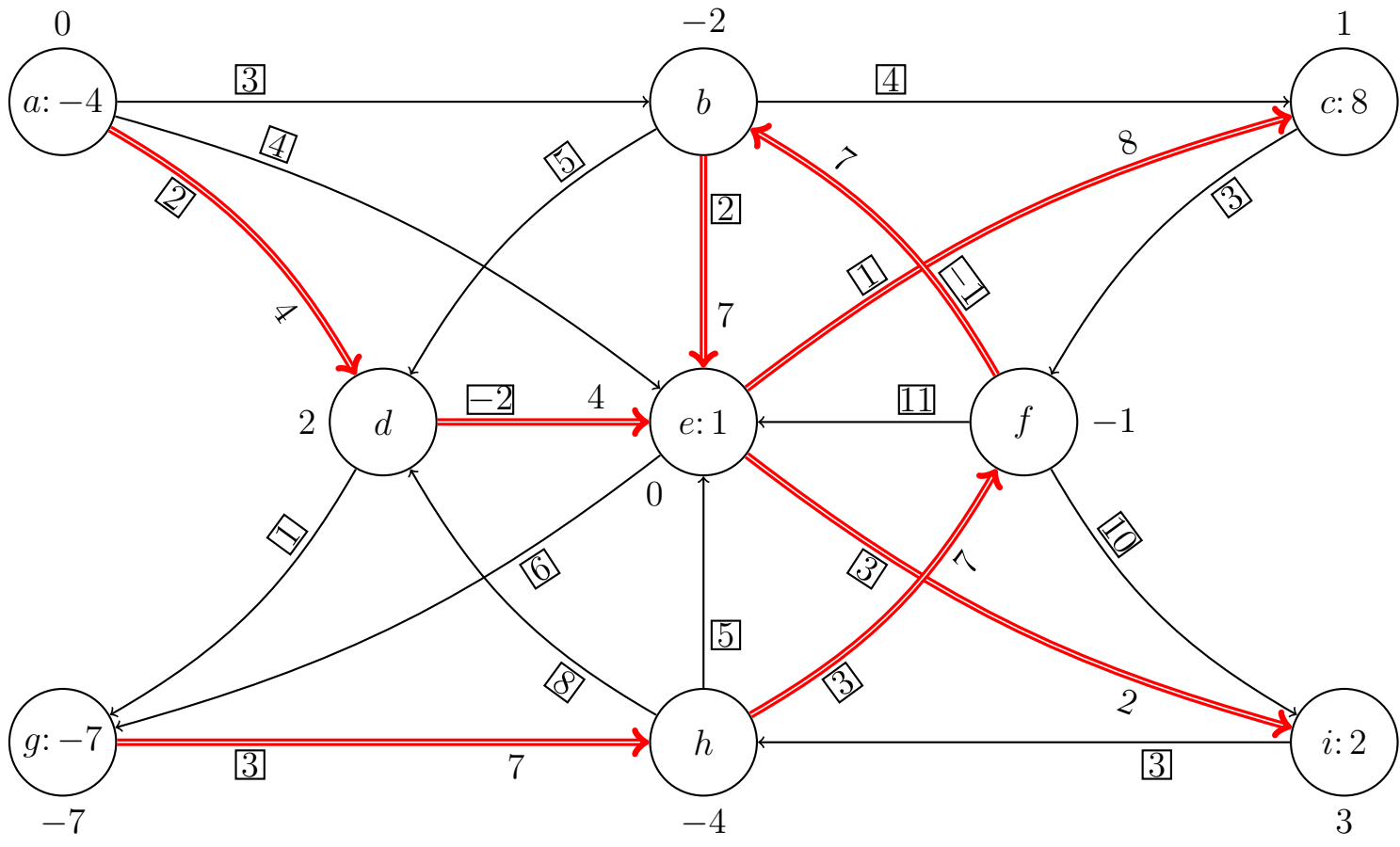
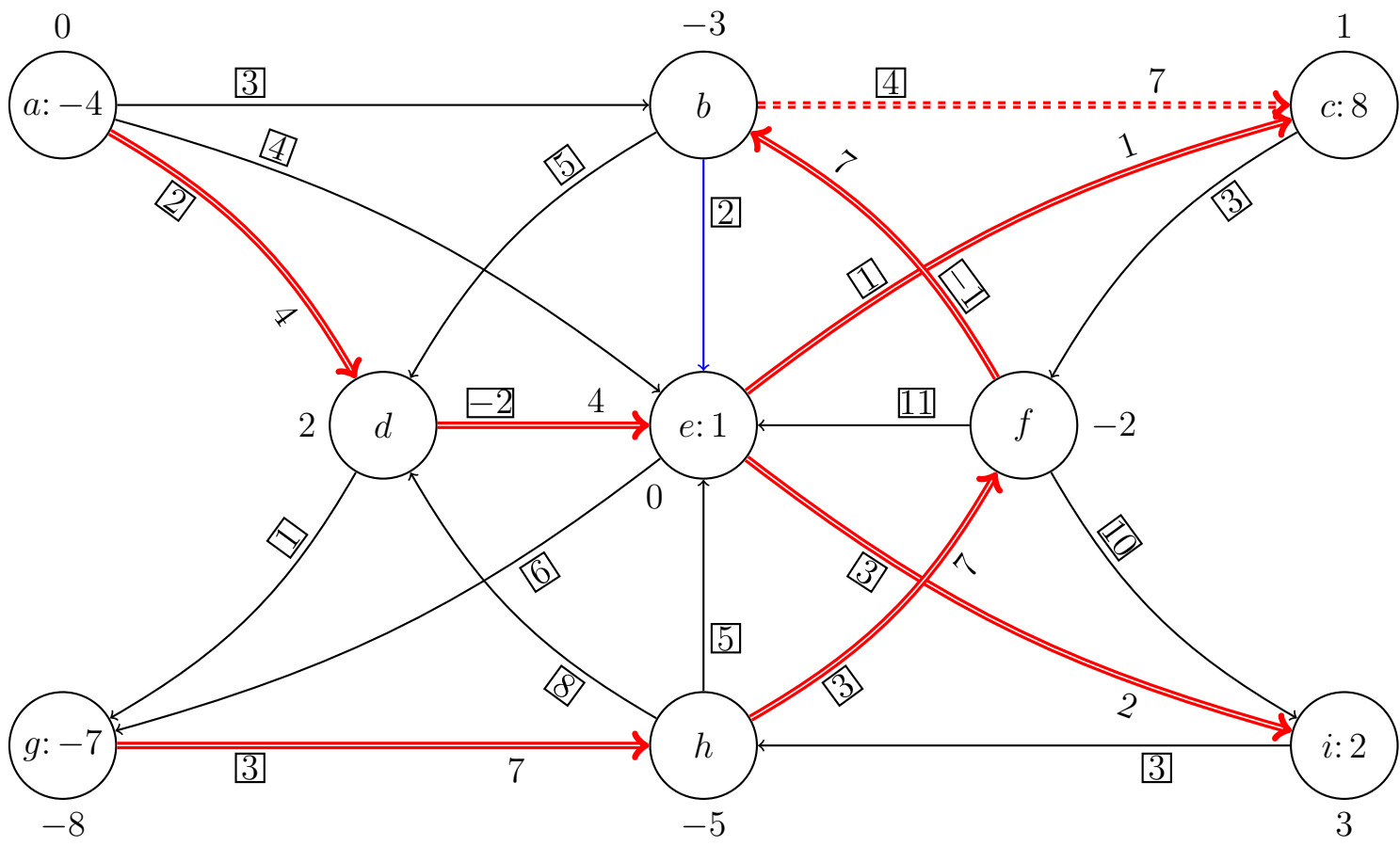
$$\begin{aligned} -y_1 + y_2 &= 1 \\ -y_1 + y_2 &= 0 \\ -y_2 + y_3 &= 3 \end{aligned}$$

Sistem enačb nima rešitve, zato je rešitev originalnega problema neoptimalna!

Naloga 3

Poišči najcenejši razvoz na sledečem grafu.





Cena razvoza: $4 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 7 \cdot 3 + 7 \cdot (-1) + 7 \cdot 2 = 63$

Naloga 4

Reši problem razvoza na grafu z omejitvami.

